Université Hassan II Mohammadia
Faculté des Sciences et Techniques
Département de Mathématiques

Année universitaire 2014 - 2015
Module M147 - S4 - MIP
SA - P1 - 13 novembre 2014

Nom et Prénoms .... N° de place ....

EXAMEN DE PROBABILITES ET STATISTIQUE

N.B. - *Tous les résultats numériques doivent être arrondis avec 3 chiffres après la virgule.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Questions de cours (2,5 points)

1) Comment reconnaître si une variable aléatoire suit une loi binomiale de paramètres n et p ?
2) Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p. On suppose $n \geq 50$, $np \geq 10$ et $n(1-p) \geq 10$. Donner, sans calcul numérique, l'expression de la valeur approchée par une loi normale centrée réduite de : $p(X = k)$, $p(X \leq k)$, $p(X > k)$.

Exercice 1 (5,5 points)

La distribution conjointe d'un groupe d'enfants selon leurs poids en Kg (caractère X) et leurs âges en annèes (caractère Y) est donnée dans le tableau suivant :

X \ Y	$[5,7[$	$[7,9[$	$[9,11[$	$[11,13[$
$[15,25[$	28	8	0	0
$[25,35[$	12	32	30	13
$[35,45[$	0	0	10	18
$[45,55[$	0	0	0	9

1) Calculer le mode et la médiane de la distribution marginale de X.
2) Déterminer la droite de régression de X en fonction de Y.
3) Mesurer la qualité de cette ajustement linéaire.

Exercice 2 (3 points)

Dans une entreprise, la probabilité pour qu'un ouvrier quitte l'entreprise dans l'année est 1/5 (événement A) et la probabilité pour qu'un cadre quitte l'entreprise est 1/8 (événement B).
1) En supposant ces deux événements indépendants, calculer la probabilité pour que :
  a) Un ouvrier et un cadre quittent l'entreprise.
  b) Ni ouvrier ni cadre ne quittent l'entreprise.
  c) L'un des deux quitte l'entreprise.
2) Reprendre les questions précédentes en supposant que la probabilité pour qu'au moins l'un des deux quittent l'entreprise est égale à 1/4.

Tournez la page ...

Exercice 3 (4 points)

1) On dispose de deux urnes U_1 et U_2. L'urne U_1 contient 15 boules blanches et 5 boules noires et l'urne U_2 contient 10 boules blanches et 10 boules noires. On choisit une urne au hasard puis, dans l'urne choisie, on tire une boule au hasard. On suppose que la boule chosie est blanche. Quelle est la probabilité qu'elle soit tirée de U_1 ?

2) Une urne contient 6 boules numérotées de 1 à 6. On tire au hasard 3 boules successivement et sans remise. Soit X la variable aléatoire désignant le plus grand des numéros tirés. Déterminer la loi de probabilité de X.

Exercice 4 (5 points)

Soit T une variable aléatoire continue désignant la durée d'atterissage d'un avion sur la piste d'un aéroport (en minutes). La densité de probabilité de T est donnée par :

$$f(t) = \begin{cases} kte^{-2t} & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1) Déterminer la constante k.
2) Déterminer la fonction de répartition de la variable aléatoire T.
3) Quelle est la probabilité pour qu'un avion occupe l'espace d'atterissage plus de 2 mn ?
4) Quelle est la probabilité pour qu'un avion occupe l'espace d'atterissage moins de 4 mn sachant qu'il a dépassé 2 mn ?
5) Calculer l'espérance et la variance de T.